



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ФАКУЛЬТЕТ ПОЧВОВЕДЕНИЯ

Утверждаю:
декан факультета почвоведения МГУ

_____ С.А. Шоба
«21» _____ мая _____ 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки: 06.03.02. «Почвоведение»

Автор-составитель:

А. Н. Попов

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета почвоведения МГУ, протокол № 2 от «17» мая 2018 г.

Председатель УМК _____ Рахлеева А.А.

Москва
2018 г.

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО: базовая часть

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть):

Курс строится на базе общеобразовательного материала средней школы.

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников:

Компетенции выпускников, формируемые частично при реализации дисциплины (модуля):

Владение фундаментальными разделами математики, необходимыми для решения научно-исследовательских и практических задач в профессиональной области (ОПК-4.Б)

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- Основные понятия и теоремы теории пределов;
- Основные понятия и теоремы дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных;
- Основные понятия и теоремы аналитической геометрии и линейной алгебры;
- Основные понятия и теоремы интегрального исчисления;
- Основные понятия и теоремы теории дифференциальных уравнений;
- Основные понятия и теоремы теории числовых и функциональных рядов.

Уметь:

- Вычислять пределы;
- Дифференцировать различные функции;
- Исследовать функции и строить их графики;
- Вычислять скалярное, векторное и смешанное произведение векторов;
- Решать простейшие задачи линейной алгебры и аналитической геометрии;
- Вычислять интегралы;
- Находить площади различных плоских фигур, длины кривых, объёмы тел вращения;
- Решать различные типы дифференциальных уравнений;
- Раскладывать функции в ряд Тейлора.

4. Формат обучения: лекции, семинары

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 8 з.е., в том числе 156 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 132 академических часа на самостоятельную работу обучающихся.

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий:

№ п/п	Наименование разделов и тем	Трудоемкость (в академических часах) по формам занятий			Форма текущего контроля
		Контактная работа во взаимодействии с преподавателем (с разбивкой по формам и видам)		Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия (семинары)		
1.	Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии	12	12	16	Контрольная работа № 1
2.	Графики элементарных функций		8	8	Контрольная работа № 2
3.	Предел и непрерывность функции, предел последовательности	12	8	14	
4.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	12	10	16	Контрольная работа № 3
5.	Графики функций с полным исследованием		6	10	
6.	Интегральное исчисление, первообразная и неопределенный интеграл	6	10	14	Контрольная работа № 4
7.	Интегральное исчисление, определенный интеграл и его приложения	16	8	20	Контрольная работа № 5
8.	Функции многих переменных	10	8	14	Контрольная работа № 6
9.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	10	8	20	Контрольная работа № 7
Итого:		78	78	132	288
Промежуточная аттестация					Зачет Экзамен

Содержание дисциплины по разделам и темам:

I. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей. Элементы векторной алгебры. Правила действий с векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости.

Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами.

II. Математический анализ

1. Функция одной переменной.

Общее понятие функции, последовательность как функция натурального аргумента. Предел функции в точке. Теорема о единственности предела. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Бесконечно малые функции и их свойства. Свойства функции, имеющей ненулевой предел. Теоремы о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций, имеющих предел. Переход к пределу в неравенствах. Теорема о пределе «зажатой» функции. Первый замечательный предел. Односторонние пределы. Теорема о связи предела функции и односторонних пределов. Предел последовательности. Теорема Вейерштрасса о существовании предела неубывающей и ограниченной сверху последовательности. Число e .

Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Локальные свойства непрерывных функций. Примеры непрерывных функций. Теоремы о пределе и непрерывности сложной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентных функций.

Определение производной функции в точке. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Теоремы о производной суммы, разности, произведения и частного двух функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума функции. Теорема Лагранжа о конечном приращении функции и ее следствия. Правила Лопиталю. Производные высших порядков. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для функции с остаточным членом в форме Пеано. Достаточные условия локального экстремума функции. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Точки перегиба.

2. Интегральное исчисление.

Неопределенный интеграл. Правила интегрирования. Таблица неопределенных интегралов.

Определенный интеграл Римана. Необходимое условие интегрируемости функции. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем для определенного интеграла. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Несобственные интегралы.

Приложения определенного интеграла.

3. Функции нескольких переменных.

Функции нескольких переменных. Предел. Непрерывность. Частные производные.

Дифференцируемость функции двух переменных в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Правила дифференцирования сложной функции.

Производная по направлению и градиент функции. Производные высших порядков. Локальный экстремум функции двух переменных, необходимое условие экстремума, достаточное условие локального экстремума.

Метод наименьших квадратов для вывода эмпирических формул.

4. Элементы теории дифференциальных уравнений.

Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Уровень усвоения курса определяется различными формами текущего и промежуточного контроля. Текущий контроль: контрольные работы и коллоквиумы. Заключительный контроль: зачет в конце первого семестра и экзамен в конце второго семестра.

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля.

А. Примерные варианты контрольных работ:

Контрольная работа № 1.

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 1, \\ 2x - y - 3z = 1, \\ x + y - z = 1. \end{cases}$$

2. Найти координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон: $x + 2y = 4$ и $x + 2y = 10$ и уравнение одной из диагоналей: $y = x + 2$.

3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $(0; -5; 0)$ и $(0; 0; 2)$ и перпендикулярной плоскости $x + 3y + z - 1 = 0$.

4. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки

$$(2; 1; 0) \text{ на прямую } \begin{cases} x = 3z - 1, \\ y = 2z. \end{cases}$$

5. Написать уравнение эллипса, имеющего вершины в фокусах, а фокусы в вершинах гиперболы

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

Контрольная работа № 2.

I. Построить графики функций :

1. $y = 2^{\frac{x}{x-1}}$

2. $y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \pi x\right)$

3. $y = \frac{1}{2 \arcsin \frac{x+1}{2}}$

II. Найти пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 2x - 1})$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sqrt{1 + x^2} - 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 x)^{\frac{1}{\ln \cos x}}$

Контрольная работа № 3.

1. Найти производную функции $y = 2^{\ln \operatorname{ctg} \sqrt{1+2x}}$.
2. Найти n -ю производную функции $y = \sin 3x$.
3. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{arctg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.
4. Построить график функции $y = x \ln^2 x$ с исследованием.

Контрольная работа № 4.

Найти интегралы:

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x}}$
2. $\int \frac{(2-x)dx}{\sqrt{x^2+4x+29}}$
3. $\int x \ln \frac{x-1}{x+1} dx$
4. $\int \frac{dx}{\cos 3x + 2 \sin 3x}$.

Примерные варианты контрольных работ по курсу высшей математики для почвоведов, семестр 2.

Контрольная работа № 5.

1. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$
2. Вычислить $\int_0^1 \ln(x+1) dx$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = 2(1 - \cos \varphi)$.
4. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 4 - x$, $x = 0$, вокруг оси OY .
5. Найти длину кривой $y = \ln \sin x$, $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

Контрольная работа № 6.

1. Доказать, что

$$x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2 \left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) = y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \text{ если } z = x \cdot e^{-\frac{y}{x}}.$$

2. Найти экстремумы функции

$$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2.$$

Контрольная работа № 7.

Решить дифференциальные уравнения

1. $\sqrt{x^2 + 4} y' = y$

2. $y y' = 2y - x$

3. $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$

4. $y'' - 5y' + 6y = \sin 3x$.

Вопросы к коллоквиуму:

1. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.
2. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей.
3. Элементы векторной алгебры. Правила действий с векторами.
4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
5. Плоскость в пространстве..
6. Прямая в пространстве.
7. Прямая на плоскости.
8. Кривые второго порядка на плоскости.
9. Предел функции. Теорема о единственности предела. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.
10. Бесконечно малые функции и теоремы о них.
11. Свойства функции, имеющей ненулевой предел.
12. Теоремы о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций, имеющих предел.
13. Переход к пределу в неравенствах.
14. Теорема о пределе «зажатой» функции. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
15. Предел функции при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow \infty$. Примеры.
16. Односторонние пределы. Теорема о связи предела функции и односторонних пределов.
17. Предел последовательности. Теорема о существовании предела неубывающей и ограниченной сверху последовательности.
18. Число «е».
19. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
20. Локальные свойства функций, непрерывных в точке.
21. Теоремы о пределе и непрерывности сложной функции.
22. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
23. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентностей.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной и итоговой аттестации:

Вопросы к теоретической части зачета, первый семестр:

1. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.
2. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей.
3. Элементы векторной алгебры. Правила действий с векторами.
4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
5. Плоскость в пространстве.
6. Прямая в пространстве.
7. Прямая на плоскости.
8. Кривые второго порядка на плоскости.
9. Предел функции. Теорема о единственности предела. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.
10. Бесконечно малые функции и теоремы о них.
11. Свойства функции, имеющей ненулевой предел.
12. Теоремы о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций, имеющих предел.
13. Переход к пределу в неравенствах.
14. Теорема о пределе «зажатой» функции. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
15. Предел функции при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow \infty$. Примеры
16. Односторонние пределы. Теорема о связи предела функции и односторонних пределов.
17. Предел последовательности. Теорема о существовании предела неубывающей и ограниченной сверху последовательности.
18. Число «е»
19. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
20. Локальные свойства непрерывных функций. Примеры непрерывных функций.
21. Теоремы о пределе и непрерывности сложной функции.
22. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
23. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентностей.
24. Определение производной. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.
25. Дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
26. Теоремы о производной суммы, разности, произведения и частного двух функций.
27. Производная сложной функции. Производная обратной функции.
28. Таблица производных.
29. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума функции.
30. Теорема Лагранжа о конечном приращении функции и ее следствия.
31. Условия возрастания (убывания) функции на промежутке.
32. Правила Лопитала.
33. Производные высших порядков. Формула Тейлора для многочлена.
34. Формула Тейлора для функции.
35. Достаточные условия локального экстремума функции.
36. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточные условия выпуклости графика функции. Точки перегиба.
37. Неопределенный интеграл. Правила интегрирования.
38. Таблица неопределенных интегралов.

Вопросы к экзамену, второй семестр:

1. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости функции.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Теорема о среднем для определенного интеграла. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом.
4. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Замена переменных, интегрирование по частям в определенном интеграле.
6. Несобственные интегралы.
7. Приложения определенного интеграла.
8. Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами.
9. Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность, Частные производные.
10. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости.
11. Правила дифференцирования сложной функции.
12. Производная по направлению и градиент функции.
13. Экстремум функции нескольких переменных в точке. Необходимые и достаточные условия экстремума.
14. Метод наименьших квадратов для вывода эмпирических формул.
15. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
16. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
17. Однородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
18. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

8. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и дополнительной литературы:

№ п/п	Автор	Название книги	Место издания	Издательство	Год издания
1.	Кудрявцев В. А., Демидович Б. П.	Краткий курс высшей математики	Москва	Наука	1986
2.	Сударев Ю. Н., Першикова Т. В., Радославова Т. В.	Основы линейной алгебры и математического анализа	Москва	Академия	2009
3.	Минорский В. П.	Сборник задач по высшей математике	Москва	Наука	1969
4.	Казакова Т. В., Щеглова М. В.	Высшая математика (Сборник упражнений)	Москва	Изд-во Моск. Университета	1971
5.	Власов В. В., Митрохин С. И., Прошкина А. В., Родионов Т. В., Трушина О. В.	Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям	Москва	Бином Лаборатория знаний	2009

- Перечень лицензионного программного обеспечения (при необходимости)
- Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем
- Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости)
- Описание материально-технического обеспечения:

А. Поточная аудитория на 100 человек для лекций и аудитории на 30 человек для семинарских занятий;

Б. Доска, мел, тряпка, маркер, ноутбук, проектор;

В. Иные материалы не требуются.

9. Язык преподавания: русский

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки / специальности «Почвоведение» программы бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.